

**Областной этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
2022-2023 учебный год
7 класс
Максимальный балл – 35**

1. Расставьте в вершинах квадрата натуральные числа так, чтобы в каждом двух соседних вершинах стояли не взаимно простые числа, а в каждом двух не соседних вершинах – взаимно простые.

2. Один водитель сделал на 12,5% больше рейсов, чем второй, на зато второй каждый раз перевозил в 1,5 раза больше груза. Кто перевёз больше и на сколько процентов?

3. По кругу стоит $2n + 1$ человек – рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Есть хотя бы один лжец и хотя бы один рыцарь. Какое наибольшее количество человек могло сказать: «Через одного человека от меня есть рыцарь»?

4. Катя вырезала из картона равносторонний треугольник T . Миша заметил, что может легко закрыть Катин треугольник T пятью своими равносторонними треугольниками одинакового размера (треугольники могут перекрываться и выступать за пределы треугольника T). Дима утверждает, что может полностью закрыть треугольник T и четырьмя Мишиными треугольниками. Докажите, что Дима прав.

5. Данил выбрал четыре натуральных числа a, b, c, d и выписал 12 дробей:

$$\frac{a}{b}, \quad \frac{a}{c}, \quad \frac{a}{d}, \quad \frac{b}{a}, \quad \frac{b}{c}, \quad \frac{b}{d}, \quad \frac{c}{a}, \quad \frac{c}{b}, \quad \frac{c}{d}, \quad \frac{d}{a}, \quad \frac{d}{b}, \quad \frac{d}{c}.$$

Докажите, что какие-то две дроби отличаются не больше чем на $11/60$.