

**Областной этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
2022-2023 учебный год
8 класс
Максимальный балл – 35**

1. Расставьте в вершинах куба натуральные числа так, чтобы если вершины соединены ребром, то числа, стоящие в них не взаимно простые, а если не соединены – то взаимно простые.

2. По кругу стоит $2n + 1$ человек – рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. Есть хотя бы один лжец и хотя бы один рыцарь. Какое наибольшее количество человек могло сказать: «Через одного человека от меня есть рыцарь»?

3. В треугольнике MNK биссектриса угла K пересекает сторону MN в точке P , а биссектриса угла M пересекает отрезок KP в точке Q . Оказалось, что отрезки KP и MQ разбили треугольник MNK на три равнобедренных треугольника. Найдите углы треугольника MNK .

4. В шахматном турнире каждый игрок сыграл с каждым ровно один раз. За победу даётся 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за поражение – 0 очков. В турнире участвовали игроки из двух городов M и N . Оказалось, что каждый игрок набрал одинаковое число очков в играх с игроками из города M и из города N . Докажите, что общее число игроков – полный квадрат.

5. На доске написаны числа 1, 1, -1. Время от времени к доске подходит Илья, стирает два числа a и b и заменяет их на $2a + c$ и $\frac{b-c}{2}$, где c – третье из написанных в этот момент на доске чисел (он заменяет два числа, при этом третье остаётся). Докажите, что на доске всегда будет хотя бы одно отрицательное число.