

# Решения и критерии

## 5 класс

1. **Условие:** Расставьте на поле  $5 \times 5$  короля, двух слонов, двух коней и две ладьи, так чтобы ни одна из фигур не била другую.

**Решение:**

Например так:

			Л	
	Л			
К				С
				С
Кр				К

**Критерии:**

Правильный пример - 7 баллов, неправильный - 0 баллов.

2. **Условие:** Найдите количество натуральных чисел, не превосходящих 2024, все цифры в которых различны, а их сумма равна 24.

**Решение:**

Посчитаем трехзначные и четырехзначные числа. Трехзначное число можно получить только перестановкой цифр 7, 8 и 9. Всего получается 6 чисел. Четырехзначные числа должны начинаться с 1. Тогда сумма оставшихся цифр 23. Ее можно получить только в виде суммы цифр 9, 8, 6. Таким образом, всего подходящих чисел  $6 + 6 = 12$ .

**Критерии:**

Правильно посчитаны только трехзначные числа - 2 балла.

Правильно посчитаны только четырехзначные числа - 2 балла.

Если все правильно посчитано - 7 баллов.

Если никак не отмечено, что первая цифра не может быть 2 - минус 1 балл.

3. Винни Пух с Пятачком три дня подряд ходили к Кролику на чай с мёдом. Пятачок в первый день съел в два раза меньше мёда чем во второй, а в третий день на 5 литров меньше чем в первый. Кролик же во второй день съел в два раза меньше мёда чем в первый, а в третий день на 3 литра больше чем во второй. Винни Пух пострался изо всех сил и съел в первый день столько же мёда сколько Кролик и Пятачок вместе взяли, во второй день на 2 литра меньше чем они, а в третий день на 4 литра меньше чем они. Оказалось, что за первые два дня в сумме Винни Пух съел 19 литров мёда. Сколько мёда он съел в третий день?

**Решение:**

Пусть Пятачок съел в первый день  $x$  л. мёда. А Кролик во второй день  $y$  л. мёда. Тогда Пятачок съел во второй день  $2x$  л., а в третий день  $x - 5$  л. Кролик съел в первый день  $2y$  л. мёда, а в третий день  $y + 3$ . Теперь посчитаем сколько съел Винни Пух. За первый день -  $x + 2y$ , за второй день -  $2x + y - 2$ , за третий день -  $x + y - 6$ . Тогда  $3x + 3y - 2 = 19$ . Значит  $x + y = 7$ . Следовательно, в третий день он съел 1 л. мёда.

**Критерии:**

За арифметические ошибки снимать 1 балл.

Правильно выражено сколько мёда съел Винни Пух в каждый день - 3 балла.

4. В строку выписаны цифры 123456789. Нужно вычеркнуть некоторые цифры и получить число кратное 24. Какое наибольшее число может получиться?

**Решение:**

Чтобы число делилось на 24 нужно проверить делимость на 3 и на 8. Если 9 не вычеркнуть, то число будет нечетным, и значит не будет делиться на 8. Теперь число заканчивается на 78. 78 не делится на 4, значит придется зачеркнуть хотя бы одну из цифр 7 и 8.

Если зачеркнуть 8, то придется зачеркнуть и 7, иначе число опять будет нечетным. Оставшееся в этом случае число 123456 делится на 24.

Если зачеркнуть 7, то число будет заканчиваться на 568, которое делится на 8. Сумма цифр числа 1234568 равна 29, значит для делимости на 3 нужно вычеркнуть 2, 5 или 8. Если вычеркнуть 2, то получится наибольшее возможное число 134568.

### **Критерии:**

Приведены признаки делимости на 3 и 8 - 1 балл.

Доказано, что 9 нужно зачеркнуть - 1 балл.

Рассмотрен случай зачеркивания 7 и получен правильный ответ - 3 балла.

Рассмотрен случай зачеркивания 7 и 8 - 2 балла.

Баллы суммируются.

5. Какое наименьшее количество клеток нужно отметить в клетчатом квадрате  $6 \times 6$ , так чтобы в каждом прямоугольнике из шести клеток была хотя бы одна отмеченная клетка?

### **Решение:**

Поскольку строки и столбцы квадрата являются прямоугольниками из 6 клеток, то в них нужно отметить хотя бы по одной клетке. Значит отмеченных клеток не менее 6. Докажем, что 6 клеток не хватит. Предположим противное. Тогда в каждой строке ровно по одной отмеченной клетке.

1) Предположим, что в первой строке отмечена не угловая клетка. Например X.

	X				
A	D				
B	E				
C	F	G			

Тогда рассмотрим шесть прямоугольников  $3 \times 2$  (3 строки, 2 столбца), у которых правые верхние углы находятся в клетках  $A - F$ . В каждом из них должно быть хотя бы по одной отмеченной клетке. Но во втором столбце клетки отмечать нельзя, а в первом и третьем можно отметить только по одной. Тогда единственное возможное решение отметить клетки  $C$  и  $G$ . Но в этом случае в четвертой строке получится две отмеченные клетки.

2) Предположим, что в первой строке отмечена угловая клетка. Например  $X$ .

X					
C			A		
			E		
	B				
D			F		

Тогда аналогично пункту 1 можно сделать вывод, что во второй строке отмечена клетка  $A$ , а во втором столбце клетка  $B$ . Но тогда в четырех прямоугольниках  $2 \times 3$  (2 строки и три столбца), правые верхние углы которых расположены в клетках  $C, D, E, F$  нужно будет отметить еще хотя бы по одной клетке.

Получили противоречие

**Пример** на 7 клеток

			X		
	X				
				X	
		X			
X					X
			X		

### **Критерии:**

Пример - 1 балл.

Оценка на шесть клеток - 1 балл. (Если нет оценки на семь).

Оценка на семь - 6 баллов.