

Областная олимпиада школьников по математике

Март 2022

8 класс

1. Можно ли выписать в строку числа $1, 2, 3, \dots, 77$ таким образом, чтобы суммы любых пар соседей были равны или отличались на 1?

2. После урока математики, где рассказывалась тема "последовательность чисел Фибоначчи", Артем решил придумать свою последовательность и сделал её следующим образом: $1, 2, 4, 8, 16, 22, 24, \dots$ каждое число, начиная со второго, получается прибавлением к предыдущему числу его последней цифры. Какое число стоит на тысячном месте?

3. Коля решил проверить навыки умножения чисел у своих одноклассников и предложил перемножить два положительных числа. Миша смог перемножить только целые части этих чисел и получил 24. Саша умножил целую часть первого числа на дробную часть второго числа и получил 1,2. А Паша перемножил дробную часть первого числа на целую часть второго числа и получил 2. Какое произведение должно было получиться?

4. Дан угол XOY , в нем проведена биссектриса. Выберем на биссектрисе точку Q и на отрезке OQ выберем точку P такую, что $\angle YPQ = 90^\circ$. Пусть $PQ = 1$, $XO = 2$, $OP = 3$ и $YO = 4$. Докажите, что треугольник XQY равнобедренный.

5. В однокруговом хоккейном турнире команда "Лицейсты" заняла первое место, набрав больше всех очков, а команда "Гимназисты" – последнее место, набрав меньше всех очков. Если бы за победу давали не 3 очка, а 2, то наоборот, "Гимназисты" стали бы первыми, а "Лицейсты" – последними. Какое наименьшее количество команд могло играть в турнире? (В хоккейном турнире за победу дают 3 очка, за ничью 1 очко, за поражение 0 очков.)