

Областная олимпиада школьников по математике

Март 2022

7 класс

1. Маше подарили набор гирек весами 1, 2, 3, 5, 8, 13 (всех по одной) и чашечные весы. Сколькими способами Маша может уравновесить весы, если все гири использовать необязательно, но оставлять чаши пустыми нельзя? Способы, отличающиеся только перестановкой чаш, считаются одинаковыми.

2. После урока математики, где рассказывалась тема "последовательность чисел Фибоначчи", Артем решил придумать свою последовательность и сделал её следующим образом: 1, 2, 4, 8, 16, 22, 24, ... каждое число, начиная со второго, получается прибавлением к предыдущему числу его последней цифры. Какое число стоит на тысячном месте?

3. Миша и Саша на рынке нашли два арбуза и дыню. Арбузы весят 3600 гр. и 4200 гр. соответственно (разделять арбузы и дыню на части нельзя). Миша разделил найденное между ними следующим образом: ему досталось на 80% по весу больше, чем Саше. Саше это не понравилось, поэтому он придумал другой способ дележа: ему досталось на 40% больше, чем Мише. Сколько граммов могла весить дыня? Найдите все варианты и докажите, что других нет.

4. На каждой клетке доски 20×20 лежит по карточке с числом. В каждой паре соседей (клеток с общей стороной) числа разные. Докажите, что карточки можно переложить в клетки полоски 2×200 так, чтобы по-прежнему в каждой паре соседей числа были разными.

5. В замке собрались шуты, палачи и мудрецы. Шуты врут палачам, палачи врут мудрецам, мудрецы врут шутам. В остальных случаях все говорят правду. Как-то 50 жителей замка сели за круглым столом. Каждый повернулся к своему левому соседу и назвал то, кем он является. Затем каждый повернулся к своему правому соседу и снова представился. Оказалось, что фраза "Я палач" прозвучала ровно 90 раз. Какое наименьшее количество палачей могло быть за столом?