

Областная олимпиада школьников по математике

Решение задач

5 класс

1. Разрежьте квадрат на 4 одинаковые части так, чтобы все части имели одну и ту же сумму входящих в них чисел.

1	9	16	7
8	15	2	10
12	5	4	3
13	6	11	14

Ответ: Возможный вариант разрезания показан на рисунке.

1	9	16	7
8	15	2	10
12	5	4	3
13	6	11	14

Решение. В каждой части будет по 4 клетки, а сумма чисел равна

$$\frac{1 + 2 + \dots + 16}{4} = 34.$$

Комментарий. Верное разрезание – 7 баллов.

Найдена только сумма чисел в одной части – 1 балл.

2. Можно ли из 20 плиток размером 1×1 и из 22 плиток размером 2×1 сложить прямоугольник с периметром 64?

Ответ: Нельзя.

Решение. Площадь прямоугольника будет равна $1 \cdot 20 + 2 \cdot 22 = 64$.

Среди всех возможных прямоугольников такой площади (размеры: 1×64 , 2×32 , 4×16 , 8×8) периметра 64 не будет ни у одного.

Комментарий. Верное решение – 7 баллов.

Верно найдена площадь искомого прямоугольника и найден периметр хотя бы в одном из случаев: 1×64 , 2×32 , 4×16 – 2 балла.

3. На карточках написаны двузначные числа (не обязательно различные). Карточки выкладывают последовательно так, что число десятков на следующей карточке совпадает с числом единиц на предыдущей (например, последовательно можно выложить карточки с числами 17, 73, 38). Какое наибольшее количество карточек можно выложить таким образом, если на них записаны только двузначные квадраты натуральных чисел?

Ответ: 4 карточки (81, 16, 64, 49).

Решение. Двузначные квадраты натуральных чисел: 16, 25, 36, 49, 64, 81. Перебирая все возможные варианты, получим следующие последовательности карточек:

1) 16, 64, 49;

2) 25;

3) 36, 64, 49;

4) 49;

5) 64, 49;

6) 81, 16, 64, 49.

Комментарий. Верное решение – 7 баллов.

При решении задачи перебором за пропуск каждого случая (из 6 возможных) снимается 1 балл.

Только ответ с примером – 2 балла.

Только ответ – 0 баллов.

4. В творческом конкурсе некоторые дети участвовали вместе со своими мамами. Оказалось, что детей без мам на конкурсе было в 3 раза больше, чем остальных детей. Сколько было мам, если в конкурсе участвовало 34 человека?

Ответ: мам могло быть 2 или 6.

Решение. Заметим, что у одной мамы может быть несколько детей, с которыми она участвовала в конкурсе. Пусть количество участвующих с мамами детей равно a , тогда детей без мам – $3a$. Кроме того, детей с мамами не может быть меньше, чем мам. Обозначим количество мам – b . Тогда $a \geq b$ и всего человек $4a + b = 34$. Следовательно, мам четное число, не кратное 4. Перебирая и проверяя последовательно подходящие значения b , получим только два возможных случая $b = 2, a = 8$ и $b = 6, a = 7$.

Комментарий. Верное решение – 7 баллов.

Обосновано получено одно из двух верных значений – 4 балла.

Только обосновано, что мам четное число – 2 балла.

Только верный ответ (оба числа) – 1 балл.

5. Можно ли составить из цифр от 1 до 9 (использовав каждую по одному разу) четыре числа, одно из которых делится на 36, другое на 37, третье на 38, а четвертое на 39?

Ответ: Невозможно.

Решение. Заметим, что любое подходящее число является как минимум двухзначным, а так как цифр в нашем распоряжении всего девять, то единственный возможный вариант выбора чисел – три двухзначных и одно трёхзначное. Заметим, что для 36, 37, 38 и 39 среди двухзначных чисел существует ровно по два числа, которые бы на них делились (они сами, а также их удвоения – 72, 74, 76, 78). Среди этих восьми двухзначных чисел выбрать можно не более двух, так как четыре из них имеют в разряде десятков “3”, а другие четыре – “7”. Таким образом, выбрать более двух двухзначных чисел нельзя. А необходимо три. Значит, так сделать нельзя.

Комментарий. Полное решение – 7 баллов.

Правильный ответ без обоснования – 0 баллов.