

**Муниципальный этап областной олимпиады школьников  
по математике  
2021 - 2022 учебный год**

**Решения задач  
6 класс**

1. У шестиклассника 10 учебных предметов. Его средний балл за четверть равен 4,6. Сколько у него троек, четверок и пятерок, если известно, что присутствуют все эти оценки, а двоек и колов у него нет?

**Ответ:** одна тройка, две четверки, семь пятерок.

**Решение.** Сумма всех оценок девятиклассника равна 46. Если бы девятиклассник учился на одни пятерки, то эта сумма была бы равна 50, то есть на 4 балла больше, чем в реальности. Замена оценки «5» на «3» уменьшает общую сумму на 2 балла, а замена «5» на «4» — на 1 балл.

Представим число 4 в виде суммы двоек и единиц:  $4 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1$ . Так как все оценки у ученика присутствуют, возможен только случай, когда  $4 = 2 + 1 + 1$ . Следовательно, возможен единственный набор оценок.

Возможны и другие способы решения, например, перебором.

**Оценивание.** Обосновано получен единственный верный набор оценок – 7 баллов.

Верно найден набор оценок без обоснования единственности – 3 балла.

2. Приведите пример трехзначного числа, которое не делится на 114, но если его запись повторить 12 раз подряд, то полученное многозначное число будет делиться на 114.

**Ответ:** 172. Возможны другие примеры чисел, например, 190 или 988.

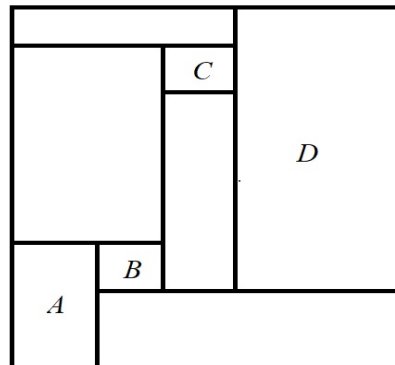
**Решение.** Разложим число 114 на множители:  $114 = 2 \cdot 3 \cdot 19$ . Пусть  $\overline{abc}$  – искомое число. Тогда число  $\underbrace{\overline{abc} \dots \overline{abc}}_{12 \text{ раз}}$  делится на 3, т.к. имеет сумму цифр  $12(a + b + c)$ , кратную 3. Теперь достаточно подобрать  $\overline{abc}$  так, чтобы оно было четным и кратным 19. Например,  $8 \cdot 19 = 172$ . В этом случае число  $\underbrace{172 \dots 172}_{12 \text{ раз}} = 172 \cdot k$  делится на 2, на 19 и на 3, следовательно, делится на 114.

**Оценивание.** Только верный пример – 1 балл.

Верный пример с неполным обоснованием делимости многозначного числа на 114 – 2-3 балла.

Полное решение – 7 баллов.

3. Большой клетчатый прямоугольник периметра 234 разрезан по клеточкам на несколько прямоугольников, как показано на схеме (пропорции фигур искажены). При этом части  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  являются квадратами, причем квадраты  $B$  и  $C$  состоят всего из одной клетки. Найдите площадь большого прямоугольника.

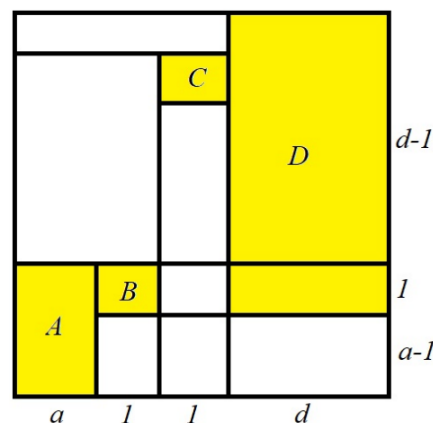


**Ответ:** 3420.

**Решение.** Пусть  $a$  сторона квадрата  $A$ , а  $d$  – сторона квадрата  $D$ . По условию задачи стороны квадратов  $B$  и  $C$  равны 1.

Продлим стороны некоторых прямоугольников как показано на рисунке. Тогда длина большого прямоугольника равна  $a + d + 2$ , а ширина  $a + d - 1$ . Его периметр  $4a + 4d + 2 = 234$ .

Следовательно,  $a + d = 58$ , длина равна 60, ширина равна 57, а площадь 3420.



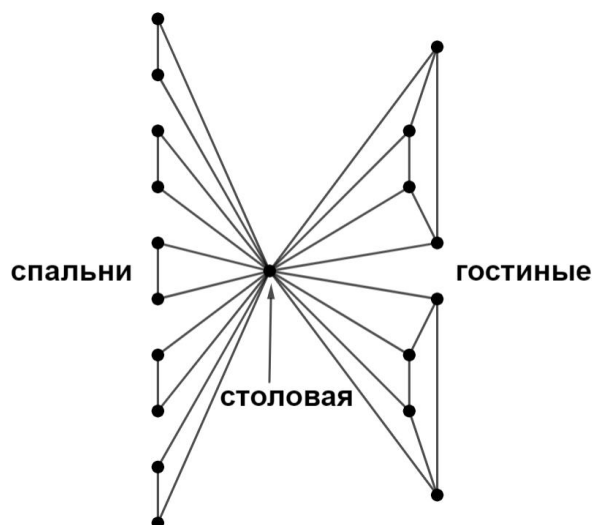
**Оценивание.** За верное решение – 7 баллов.

4. В заколдованном доме 19 комнат: 10 спален, 8 гостиных и 1 столовая (других помещений в доме нет). Перейти в одну комнату из другой можно только через дверь. Всего в доме установлена 31 межкомнатная дверь. При этом в каждой спальне ровно 2 двери, а в каждой гостиной ровно 3 двери. Сколько дверей может быть в столовой?

**Ответ:** 18 дверей (приведена схема расположения дверей).

**Решение.** Пусть в столовой  $n$  дверей. Тогда общее число межкомнатных дверей равно  $\frac{10 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + n}{2} = 31$  (т.к. каждая дверь в сумме  $10 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + n$  подсчитывается дважды). Решив уравнение, получаем  $n = 18$ . Покажем возможное расположение дверей в комнатах.

Например, таким образом (точки – комнаты, отрезки – наличие двери между комнатами):



**Оценивание.** Без обоснования указано только количество дверей – 0 баллов.

Верно получено количество дверей без примера расположения – 4 балла.

Верно найдено количество дверей и приведена (или явно описана) схема расположения дверей – 7 баллов.

5. Маша считает, что два арбуза тяжелее трёх дынь, Аня считает, что три арбуза тяжелее четырёх дынь. Известно, что одна из девочек права, а другая ошибается. Верно ли, что 12 арбузов тяжелее 18 дынь? (Считается, что все арбузы весят одинаково и все дыни весят одинаково.)

**Ответ:** неверно.

**Решение.** Машино высказывание равносильно тому, что 6 арбузов тяжелее 9 дынь. Анино – тому, что 6 арбузов тяжелее 8 дынь. Поэтому если права Маша, то права и Аня. Но обе они правы быть не могут. Значит, Аня права, а Маша ошибается. То есть 6 арбузов тяжелее 8 дынь, но не тяжелее 9 дынь. Следовательно, 12 арбузов тяжелее 16 дынь, но не тяжелее 18 дынь.

**Оценивание.** За полное обоснованное решение – 7 баллов.