

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2023/2024 учебный год**

11 класс

1. Чудак выписал в строчку несколько различных чисел от 1 до 9. Оказалось, что все попарные суммы выписанных чисел также различны. Какое наибольшее количество чисел мог выписать чудак?
2. Чудак составил произведение $(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+10)$ и раскрыл в нём скобки. Получился многочлен $P(x) = x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + \dots + a_1x + a_0$. Чему равна сумма

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9?$$

3. Найдите количество решений уравнения

$$2023 \cdot [x] \cdot \{x\} = x^2,$$

где $[x]$ — это наибольшее целое число, не превосходящее x , $\{x\} = x - [x]$ (например, $[3.15] = 3$, $\{3.15\} = 0.15$, $[-1.75] = -2$).

4. Пусть M — середина стороны AC в $\triangle ABC$. Серединные перпендикуляры к отрезкам AM и BC пересекаются в точке P , а серединные перпендикуляры к CM и AB — в точке Q . Докажите, что $PQ \perp BM$.
5. Зевс и Сизиф играют в игру. Изначально у них есть две кучки из 20^{20} и 23^{20} камней. Они ходят по очереди. Каждым ходом разрешается из большей кучки убрать количество камней, кратное числу камней в меньшей кучке. Кто забирает последний камень в одной из кучек, тот и победил. Первый ход делает мудрый Зевс. Есть ли шансы у Сизифа? :)

Каждая задача оценивается в 7 баллов.